**Теория игр и исследование операций**

**Кафедра ИО.
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ВОПРОСЫ ПО КУРСУ ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
9-й семестр, 5-й курс, 3-й поток
лектор доцент Фуругян М.Г.**

1. Доказать, что .
2. Доказать, что если функция K(x,y) непрерывна на X? Y (X, Y - компакты), то функция непрерывна на X.
3. Для функции K(x,y) = 1 - (x - y)2, определенной на множествах X = Y = [0, 1], вычислить .
4. Найти чистую оптимальную гарантирующую стратегию первого игрока в игре с платежной функцией K(x, y) = (x - y)2 - 0.5x2, -1 ? x, y ? 1.
5. Выписать платежную функцию для антагонистической игры типа ? дуэль? и найти чистые оптимальные гарантирующие стратегии игроков для случая, когда функции меткости p(x)=1 - x, q(y)= 1 - y.
6. Выписать платежную функцию для антагонистической ? игры с задержкой? и найти смешанные оптимальные гарантирующие стратегии игроков.
7. Понятие седловой точки. Необходимые и достаточные условия существования седловой точки в чистых стратегиях в агтагонистической игре.
8. Теорема Фон Неймана о существовании седловой точки у вогнуто- выпуклых функций.
9. Доказать, что функция K(x, y) = yln(x+2) + xy2, определенная на множествах X = Y = [0, 1], имеет седловую точку.
10. Необходимые условия для седловой точки у функции K(x, y), определенной на множествах ai ? xi ? bi, i = 1, ..., n, cj ? yj ? dj, j = 1, ..., m.
11. Найти седловую точку функции K(x, y) = 8(4xy2 -2x2 -y), определенной на множествах X = Y = [0, 1].
12. Сведение задачи поиска максимина к задаче максимизации.
13. Смешанные стратегии в матричных антагонистических играх. Существование седловой точки в смешанных стратегиях.
14. Свойства оптимальных смешанных стратегий в матричных антагонистических играх.
15. Доминирование строк и столбцов в матричных антагонистических играх.
16. Решение матричных антагонистических игр 2 ? m и n ? 2.
17. Найти решение в смешанных стратегиях антагонистической игры с платежной матрицей.
18. Найти решение в смешанных стратегиях антагонистической игры с платежной матрицей.
19. Найти решение в смешанных стратегиях антагонистической игры с платежной матрицей.
20. Найти решение в смешанных стратегиях антагонистической игры с платежной матрицей.
21. Итеративный метод Брауна решения матричных антагонистических игр.
22. Вычисление простых решений матричных антагонистических игр. Вполне смешанные игры.
23. Необходимые и достаточные условия для крайних оптимальных смешанных стратегий в матричной антагонистической игре.
24. Найти все крайние оптимальные смешанные стратегии в антагонистической игре с платежной матрицей 
25. Доказать, что множества оптимальных смешанных стратегий игроков в матричной антагонистической игре являются выпуклыми многогранниками.
26. Связь между существованием решения задачи линейного программирования в стандартной форме и седловой точкой функции Лагранжа.
27. Сведение решения конечной антагонистической игры к задаче линейного программирования.
28. Оптимальные смешанные стратегии в бесконечных антагонистических грах. Существование седловой точки в смешанных стратегиях в играх с непрерывной платежной функцией.
29. Бескоалиционные игры. Необходимые и достаточные условия для ситуации равновесия.
30. Принцип уравнивания Ю.Б. Гермейера в задачах распределения ресурсов.
31. Модель Гросса ? Оборона - нападение? .
32. Найти , где Wi> 0 (i = 1, ..., n).
33. Потоки в сетях. Алгоритм Форда-Фалкерсона нахождения максимального потока в сети.
34. Привести пример, когда алгоритм Форда-Фалкерсона не находит максимального потока.
35. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе в сетях.
36. Алгоритм Карзанова нахождения максимального потока в сети.
37. С помощью алгоритма Форда-Фалкерсона найти максимальный поток из s в t в сети с дугами (s, 1), (s, 2), (s, 3), (1,2), (1, t), (2, 3), (2, t), (3, t), пропускные способности которых равны 2, 3, 1, 4, 3, 1, 2, 2 соответственно.
38. С помощью алгоритма Карзанова найти максимальный поток из s в t в сети с дугами (s, 1), (s, 2), (s, 3), (1,2), (1, t), (2, 3), (2, t), (3, t), пропускные способности которых равны 2, 3, 1, 4, 3, 1, 2, 2 соответственно.
39. Задача о потоке минимальной стоимости в сети. Алгоритм дефекта.
40. Сведение к задаче о потоке минимальной стоимости в сети транспортной задачи, задачи о назначениях, задачи о максимальном потоке, задач о кратчайшем и самом длинном путях, задачи составления графика выполнения заданий с жесткими директивными интервалами, задачи о паросочетаниях.
41. С помощью алгоритма дефекта найти поток минимальной стоимости в сети G=(V, A), V = {1, 2, 3, 4}, A = {(1,2), (1,3), (2,3), (2,4), (3,2), (3,4), (4,1)}. Параметры дуг (Lij, Uij, cij) следующие: (0,2,2), (0,4,5), (0,1,1), (0,4,3), 0,1,1), (1,2,6), (3,3,0).
42. Построение допустимого расписания с прерываниями для многопроцессорной системы при заданных длительностях работ и директивных интервалах.
43. Путем сведения задачи построения допустимого расписания к задаче о максимальном потоке в сети построить допустимое расписание (с прерываниями) выполнения трех заданий на двух одинаковых процессорах. Директивные интервалы и длительности заданий следующие: [b1, f1] = [0, 6], [b2, f2] = [0, 3], [b3, f3] = [1, 6], t1 = 5, t2 = 3, t3 = 4.
44. Алгоритм Коффмана построения допустимого расписания с прерываниями для однопроцессорной системы при заданных длительностях работ и директивных интервалах.
45. Теорема Кука.
46. Семь основных NP-полных задач. Доказательство NP-полноты задачи ? 3-выполнимость? .
47. Доказательство NP-полноты задач ? вершинное покрытие? и ? клика? .
48. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? расписание для мультипроцессорной системы без прерываний? .
49. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? уорядочение внутри интервалов? .
50. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? упорядочение с минимальным запаздыванием? .
51. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Самый длинный путь. Заданы граф G = (V, E) и число K ? | V| . Имеется ли в G простой путь (т.е. путь, не проходящий дважды ни через одну вершину), состоящий не менее чем из K ребер?? .
52. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Упаковка множеств. Заданы семейство C конечных множеств и число K, K ? | C| . Верно ли, что в C имеется K непересекающихся множеств?? .
53. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Наибольший общий подграф. Заданы два графа G1 = (V1, E1), G2 = (V2, E2) и число K. Существуют ли такие подмножества E'1 I E1 и E'2 I E2, что | E'1| = | E'2| ? K, а подграфы G'1=(V1, E'1) и G'2 = (V2, E'2) изоморфны?? .
54. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Доминирующее множество. Заданы граф G = (V, E) и число K, K ? | V| . Существует ли такое подмножество V'I V, что | V'| ? K и каждая вершина v I V\ V' соединена ребром по крайней мере с одной вершиной из V'?? .
55. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Минимум суммы квадратов. Заданы конечное множество N, размер si для каждого i I N и числа K и J. Могут ли элементы из N быть разбиты на K непересекающихся множеств N1, ..., NK, таких, что ? .
56. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказатьNP-полноту задачи ? Минимизация веса невыполненных заданий. Заданы конечное множество N заданий, число K, а также для каждого задания i I N длительность ti, вес wi и директивный срок fi. Существует ли однопроцессорное расписание (без прерываний) r для заданий из N, такое, что , где ri - момент начала выполнения задания i I N??.
57. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Многопроцессорное расписание с учетом затрат на прерывания. Заданы конечное множество N заданий, число одинаковых процессоров m, а также для каждого задания i I N длительность ti и директивный интервал [bi, fi]. Существует ли m-процессорное допустимое расписание (прерывания допускаются) при условии, что каждое прерывание и переключение с одного процессора на другой требует дополнительно t > 0 единиц процессорного времени?? .
58. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Упаковка в контейнеры. Заданы конечное множество N предметов, размер si каждого предмета i I N, вместимость B контейнера и число K. Существует ли такое разбиение множества N на непересекающиеся подмножества N1, ..., NK, что для всех j=1, ..., K?? .
59. Путем сведения к одной из семи основных NP-полных задач доказать NP-полноту задачи ? Интеграл от произведения косинусов. Задана последовательность целых чисел a1, a2, ..., an. Верно ли, что ?? .
60. Задачи с числовыми параметрами. Псевдополиномиальный алгоритм решения задачи о разбиении.
61. Псевдополиномиальный алгоритм решения задачи о рюкзаке.
62. Псевдополиномиальный алгоритм решения задачи ? расписание для многопроцессорной системы без прерываний с фиксированным числом процессоров? .
63. Алгоритм решения задачи составления допустимого расписания с прерываниями для многопроцессорной системы с учетом затрат на обработку прерываний.
64. NP-полнота в сильном смысле. Псевдополиномиальная сводимость. Методы доказательства сильной NP-полноты.
65. Доказать, что задача ? упорядочение внутри интервалов? является NP- полной в сильном смысле.
66. Доказать, что задача ? многопроцессорноле расписание без прерываний? является NP- полной в сильном смысле.
67. Доказать, что задача коммивояжера является NP- полной в сильном смысле.
68. Сводимость по Тьюрингу. NP-трудные задачи.
69. Доказать, что задача ? К-е по порядку множество? является NP-трудной.
70. Доказать, что оптимизационные варианты семи основных NP-полных задач являются NP-эквивалентными.
71. Доказать, что оптимизационная задача коммивояжера является NP-эквивалентной.
72. Приближенный алгоритм решения задачи ? упаковка в контейнеры? с оценкой RA <2.
73. Доказать, что если P ? NP, то не существует полиномиального приближенного алгоритма решения задачи о рюкзаке с оценкой ? A(I) - OPT(I)? ? K.
74. Доказать, что если P ? NP, то не существует полиномиального приближенного алгоритма решения задачи о максимальном независимом множестве с оценкой ? A(I) - OPT(I)? ? K.
75. Приближенный алгоритм решения задачи коммивояжера с оценкой RA < 1.5.
76. Приближенный алгоритм решения задачи ? многопроцессорное расписание без прерываний? с оценкой RA <2.
77. Метод ? ветвей и границ? для решения задачи ? многопроцессорное расписание без прерываний (случай различных процессоров)? .
78. Метод ? ветвей и границ? для решения задачи распределения нескладируемых ресурсов на сети.
79. Метод ? ветвей и границ? для решения задачи коммивояжера.
80. Метод ? ветвей и границ? для решения задачи ? самый длинный путь? .
81. Приближенный алгоритм решения задачи о рюкзаке с временной сложностью O(n4/e ).
82. Сети Петри. Построение конечного дерева достижимости.
83. Матричная форма представления сетей Петри. Решение задачи о достижимости маркировки.
84. Моделирование вычислительных систем с помощью сетей Петри.
85. Представление конечных автоматов и графов вычислений сетями Петри.
86. Вероятностный метод построения детерминированного алгоритма приближенного решения задачи целочисленного линейного программирования.
87. Лемма Шварца. Рандомизированный алгоритм решения задачи об идентичности полиномов и задачи о паросочетаниях.